Краткие сообщения ОИЯИ №17-86 *JINR Rapid Communications No.17-86*
УДК 539.12

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ТРИАНГУЛЯЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ СКОРОСТЕЙ

А.М.Балдин, А.А.Балдин*

Предложен метод построения полиэдров /многогранников/ в пространстве относительных 4-скоростей, дающий полное описание множественных процессов. Дан метод рассмотрения общего случая, когда полное число переменных относительных скоростей превышает число степеней свободы. Учет особых свойств полиэдров, обусловленных кластеризацией в пространстве скоростей, а также учет существования промежуточных асимптотик и принципа ослабления корреляций позволяет предложить алгоритм обработки экспериментальных данных по множественным процессам, использующий много больший объем экспериментальной информации по сравнению с инклюзивным подходом.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Description of Mutiparticle Processes on the Basis of Triangulation in the Velocity Space

A.M.Baldin, A.A.Baldin

A method of the construction of polyhedrons in the relative four-velocity space is suggested which gives a complete description of multiparticle processes. A method of the consideration of a general case, when the total number of the relative velocity variables exceeds the number of the degrees of freedom, is also given. The account of the particular features of the polyhedrons due to the clusterization in the velocity space, as well as the account of the existence of intermediate asymptotics and the correlation depletion principle makes it possible to propose an algorithm for processing much larger bulk of experimental information on multiparticle processes as compared to the inclusive approach.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

*ИЯИ АН СССР, Троицк

Описание процессов множественного рождения частиц в большом числе экспериментальных и теоретических работ проводится на основе инклюзивного подхода. Постановка задачи об изучении инклюзивных спектров была сформулирована А.А.Логуновым с сотрудниками /1/, ими же были получены ограничения и следствия, вытекающие из общих принципов квантовой теории поля для этих спектров. Инклюзивный подход к процессам

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} \to 1 + 2 + 3 + \dots , \qquad /1/$$

где I и II - сталкивающиеся частицы, а 1,2,3 и т.д. - частицы-продукты реакции, в принципе использует только небольшую часть информации об этих процессах /одночастичные, двухчастичные и т.д. распределения/. Принципиальная неполнота инклюзивного подхода для описания огромного объема информации, которую дают современные приборы, требует разработки более общих подходов. Такие подходы, в частности, позволяют пересмотреть большие массивы информации, хранящиеся в банках данных.

В настоящей статье предлагается метод, в котором используется вся доступная эксперименту информация о множественных процессах /1/. В работах /2/ использовалось описание процессов /1/ в пространстве, точками которого являются четырехмерные скорости $u_i = p_i / m_i$, или 4-импульсы частиц p_i, деленные на их массы m_i. Основными величинами, от которых зависят распределения вероятностей /сечения/, считаются положительные релятивистски-инвариантные величины:

$$b_{ik} = -\left(\frac{p_i}{m_i} - \frac{p_k}{m_k}\right)^2 = 2\left[\frac{(p_i \cdot p_k)}{m_i m_k} - 1\right], \qquad /2/$$

индексы i и k принимают значения $i, k = \mathrm{I}, \mathrm{II}, 1, 2, 3, \dots$ Величины b_{ik} имеют смысл относительных расстояний в пространстве 4-скоростей. Очевидно, что задание всех b_{ik} для всех частиц процесса типа /1/ содержит полную информацию об этом процессе. Такая полная информация может быть представлена для каждого события в виде довольно компактной таблицы 1 ($b_{ik} = b_{ki}$).

В работах /2/ были приведены аргументы в пользу того, что именно величины b_{ik}, а не передачи энергии-импульса, определяют силу и характер взаимодействия объектов i и k. В частности, было установлено, что в области $b_{ik} \gg 1$ адроны утрачивают роль квазичастиц ядерной материи и взаимодействие происходит на кварк-глюонном уровне /асимптотическая область/. На основе этой идеи был сформулирован принцип ослабления корреляций /3/, дано новое

Таблица 1

	I	II	1	2	3	4	5	...
I	0	$b_{I\,II}$	b_{I1}	b_{I2}	b_{I3}	b_{I4}	b_{I5}	...
II	$b_{I\,II}$	0	b_{II1}	b_{II2}	b_{II3}	b_{II4}	b_{II5}	...
1	b_{1I}	$b_{1\,II}$	0	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	...
2	b_{2I}	b_{2II}	b_{21}	0	b_{23}	b_{24}	b_{25}	...
3	b_{3I}	b_{3II}	b_{31}	b_{32}	0	b_{34}	b_{35}	...
4	b_{4I}	b_{4II}	b_{41}	b_{42}	b_{43}	0	b_{45}	...
5	b_{5I}	b_{5II}	b_{51}	b_{52}	b_{53}	b_{54}	0	...
.	.	.	.	.	.	.	.	...
.	.	.	.	.	.	.	.	...
.	.	.	.	.	.	.	.	...

определение струй [4], показана универсальность свойств струй, рассматриваемых как четырехмерные объекты в пространстве скоростей [5].

Однако оставались неясными следующие вопросы:

1. Как пользоваться переменными b_{ik}, когда их число превышает число степеней свободы?

2. Нельзя ли предложить регулярный метод обработки экспериментальных данных для процессов типа /1/ произвольной множественности?

3. Не существует ли новых закономерностей множественного рождения частиц, основанных на новом описании?

Ответы на перечисленные вопросы - цель настоящей работы.

Идеальный эксперимент дает возможность измерить для всех частиц, участвующих в процессе /1/, их трехмерные импульсы $\vec{p}_i$, энергии E_i и массы m_i, связанные известным соотношением

$$E_i^2 - \vec{p}_i^{\,2} = m_i^2 \quad \text{или} \quad u_{i0}^2 - \vec{u}_i^{\,2} = 1\,, \qquad /3/$$

определяющим геометрию пространства скоростей. Вместо четырехмерного пространства скоростей $u_i = p_i/m_i$ благодаря свойству /3/ можно рассматривать трехмерное пространство, которое, как известно, является трехмерным пространством Лобачевского. Исследованию возможностей описания множественных процессов в пространстве Лобачевского посвящены работы Э.Г.Бубелева /6/.

Экспериментаторы представляют результаты своих измерений как распределения вероятностей /сечения/ вида

$$W(E_I, \vec{p}_I, E_{II}, \vec{p}_{II}, \ldots, E_i \vec{p}_i, \ldots) \prod_i \frac{d\vec{p}_i}{E_i}. \qquad /4/$$

Состояние каждой из частиц процесса /1/ полностью задается тремя числами /например, p_{ix}, p_{iy}, p_{iz} /. Число степеней свободы для всей системы N частиц определяется как

$$3N - 6. \qquad /5/$$

Шесть чисел определяют положение и ориентацию системы как целого /3 координаты и 3 угла/. В силу принципа относительности инвариантные распределения вероятностей /4/ зависят только от относительных скоростей, точнее, от релятивистски-инвариантных величин /2/. Для ответов на поставленные выше вопросы необходимо перейти от переменных $\{\ldots, E_i \vec{p}_i, \ldots\}$ к переменным b_{ik}. Число переменных b_{ik}, очевидно, равно

$$\frac{N(N-1)}{2} \qquad /6/$$

и может значительно превышать число степеней свободы /5/. Это означает, что полный набор переменных b_{ik} переопределяет систему и его необходимо разделить на две группы, в одну из которых войдут $(3N-6)$ величин, полностью определяющих конфигурацию системы, а в другую - те $\frac{N(N-1)}{2}$ - $-(3N-6)$ величин, которые можно выразить через первые $(3N-6)$. В силу симметрии задачи разбиение на группы можно провести произвольно. Каждое разбиение определяет новую конфигурацию, что резко увеличивает статистику. Например, при $N = 7$ мы имеем $\sim 10^4$ конфигураций, а при $N = 11$ получается $\sim 10^{12}$ конфигураций. Для установления связей между различными наборами b_{ik} мы применяем триангуляцию в пространстве b_{ik}. Термин "триангуляция" в геодезии и математике обозначает метод создания сетей, состоящих из примыкающих друг к другу треугольников, и в определении на этой основе положения их вершин. Для общего случая поверхностей треугольники могут быть криволинейными. В трехмерном пространстве роль простейших элементов /симплексов/ играют тетраэдры. Из них составляются многогранники - полиэдры. Пространство скоростей является трехмерным пространством Лобачевского и его симплексами являются тетраэдры. Полиэдры, вершины которых представляют собой точки u_i, u_k, u_j, а стороны равны b_{ik}, b_{ij}, b_{jk}, ..., полностью определяют различные конфигурации, причем для определения конфигурации достаточно $(3N-6)$ величин b_{ik}, а остальные расстояния между вершинами полиэдра можно найти вычислением, несмотря на то, что в эксперименте они измеряются. Переопределенность рассматриваемых систем - большое преимущество предлагаемого метода. В качестве исходного базисного треугольника $\{\alpha,\beta,\gamma\}$ можно взять любой, например, $\{$I, II, 1$\}$, $\{$I, 1, 2$\}$ и т.д. Координаты всех точек $(i \neq \alpha,\ i \neq \beta, i \neq \gamma)$ можно выразить через $(b_{\alpha i}, b_{\beta i}, b_{\gamma i})$. Заданием величин $b_{\alpha\beta}$, $b_{\alpha\gamma}$, $b_{\beta\gamma}$, $b_{\alpha i}$, $b_{\beta i}$, $b_{\gamma i}$, $b_{\alpha k}$, $b_{\beta k}$, $b_{\gamma k}$ ... полностью определяется относительное положение всех частиц процесса /1/ в пространстве скоростей. Нетрудно подсчитать, что число этих величин равно числу степеней свободы /5/: $3+3(N-3)=3N-6$. Из этого рассмотрения также следует, что величины b_{ik} при $i \neq \alpha$, $i \neq \beta$, $i \neq \gamma$, и $k \neq \alpha$, $k \neq \beta$, $k \neq \gamma$ являются зависимыми от величин b_{ik}, входящих в построенный таким образом "каркас". Нами вычислены соответствующие якобианы перехода от одной совокупности независимых переменных к другой. При произвольном выборе из $N(N-1)/2$ величин $3N-6$ независимых переход от одного набора к другому содержит довольно громоздкие выкладки, которые были проведены на основе аналитических вычислений на ЭВМ. Прямое вычисление якобианов дает строгий и однозначный ответ на вопрос о том, как пользоваться переменными b_{ik}, когда их число превышает число степеней свободы. Явный вид якобианов из-за их громоздкости здесь не приводится, но для последующего изложения он не обязателен. Распределения по различным наборам переменных получаются в соответствии с теорией вероятностей. Например, если нас интересуют двухчастичные распределения, или корреляторы, то необходимо пользоваться суммой вероятностей:

$$W(b_{\alpha\beta})\,db_{\alpha\beta} + W(b_{\alpha\gamma})\,db_{\alpha\gamma} + W(b_{\beta\gamma})\,db_{\beta\gamma} + \sum_i W(b_{\alpha i})\,db_{\alpha i} +$$

$$+ \sum_i W(b_{\beta i})\,db_{\beta i} + \sum_i W(b_{\gamma i})\,db_{\gamma i} + \sum_{ik} W(b_{ik})\,db_{ik}\,. \qquad /7/$$

Каждое из этих одномерных W находится интегрированием полного распределения с учетом связей между переменными. Как видно из выражения /7/, оно, в отличие от инклюзивных распределений, содержит полную информацию. В этой связи необходимо отметить, что применение /7/ к распределениям, получаемым на трековых приборах, дает огромную дополнительную информацию за счет перебора всех видимых треков. Следует ожидать, что регистрация невидимых /например, нейтральных/ частиц лишь увеличит статистику в сумме /7/, но не изменит результата, т.к. в нашем подходе все частицы входят равноправно. Одномерные, двумерные и трехмерные распределения по b_{ik} обсуждались ранее [2-4]. Для того чтобы в многомерных распределениях по b_{ik} уловить достаточно общие и простые закономерности, необходимо упростить задачу. Из работ [3,4] следует, что при $b_{ik} \to \infty$ наступают асимптотические режимы, характеризующиеся убыванием распределений вероятностей W с ростом b_{ik} и их распадением [3,4] на множители /принцип ослабления корреляций/. В частности, такие множители хорошо описывают струи как универсальные закономерности множественного рождения частиц [4,5]. Одним из наиболее существенных выводов работ, посвященных анализу множественных процессов в пространстве b_{ik}, является вывод [2,3] о существовании двух характерных расстояний /корреляционных длин/ в пространстве относительных скоростей $b_1 \sim 0{,}01$ /ядерный масштаб/ и $b_2 \sim 1$ /кварковый масштаб [2]/. Этим величинам должны соответствовать две промежуточные асимптотики: $b_{\alpha\beta} \gg b_1$ и $b_{\alpha\beta} \gg b_2$. Отсюда следует, что вероятности W как функции переменных b_{ik} должны обладать свойствами автомодельности по переменным $b_{\alpha\beta}$, принимающим асимптотически большие значения:

$$W(b_{\alpha\beta}, b_{\alpha i}, b_{\beta i}, b_{ik}, \dots) \to \frac{A}{(b_{\alpha\beta})^m} \cdot W\left(b_{\alpha i}, \frac{b_{\beta i}}{b_{\alpha\beta}}, b_{ik}, \dots\right).$$

Параметры A и m находятся из эксперимента или предсказываются теорией. В силу триангуляционных связей условие $b_{\alpha\beta} \to \infty$ влечет за собой стремление к бесконечности некоторых других b_{ik}, в нашем примере $b_{\beta i}$. В силу тригонометрии Лобачевского отношение $\frac{b_{\beta i}}{b_{\alpha\beta}} \to x_i$, где x_i - переменная светового фронта для частицы i. В нерелятивистской области /первой промежуточной асимптотики/, где приближенно справедлива геометрия Евклида, $x_i \to 1$. Автомодельность величин W является гипотезой и требует дальнейшего экспериментального обоснования.

С учетом изложенного предлагается следующий алгоритм обработки экспериментальных данных по множественным процессам:

1. Составление таблиц 1 для каждого события.
2. Выделение кластеров. Для этого помечаем в таблицах 1 малые величины $b_{ik} \lesssim 1$. Число таких величин в строке /или столбце/ определяет размер кластера, а порядковые номера определяют те частицы, которые входят в кластер. Например, пусть в строке 1 /столбце 1/ малыми оказались b_{1II}, b_{12} и b_{14}. Это значит, что в кластер входят точки u_1, u_{II}, u_2, u_4.
3. Нахождение центральных точек кластеров $V_\alpha = \dfrac{\Sigma u_i}{\sqrt{(\Sigma u_i)^2}}$, $V_\beta = \dfrac{\Sigma u_k}{\sqrt{(\Sigma u_k)^2}}$ и т.д. Суммирование проводится по всем точкам каждого кластера, аналогично тому, как это делается при определении осей струй [4].
4. Построение триангуляции для каждого события с использованием в качестве вершин базисного треугольника точек $V_\alpha, V_\beta, V_\gamma$. Никаких предположений пока сделано не было. По построению: $(V_\alpha V_\beta) \gg 1$, $(V_\alpha V_\gamma) \gg 1$, $(V_\beta V_\gamma) \gg 1$.
5. Найденное распределение согласно принципу ослабления корреляций и гипотезе об автомодельности должно иметь следующий асимптотический вид:

$$W(b_{\alpha\beta}, b_{\alpha\gamma}, b_{\beta\gamma}; b_{\alpha i}, b_{\beta i}, b_{\gamma i}; \ldots b_{\alpha k}, b_{\beta k}, b_{\gamma k}; \ldots) \to$$

$$\to \frac{A}{(b_{\alpha\beta})^m} \cdot f\left(\frac{b_{\alpha\gamma}}{b_{\alpha\beta}}, \frac{b_{\beta\gamma}}{b_{\alpha\beta}}\right) \cdot W^\alpha\left(b_{\alpha i}, \frac{b_{\beta i}}{b_{\alpha\beta}}; \frac{b_{\gamma i}}{b_{\alpha\gamma}} \ldots\right) \times \qquad /8/$$

$$\times W^\beta\left(\frac{b_{\alpha k}}{b_{\alpha\beta}}, b_{\beta k}, \frac{b_{\gamma k}}{b_{\beta\gamma}} \ldots\right) \cdot W^\gamma\left(\frac{b_{\alpha j}}{b_{\alpha\gamma}}; \frac{b_{\beta j}}{b_{\beta\gamma}}; b_{\gamma j}, \ldots\right).$$

Анализ экспериментальных данных по струям [4,5] показывает, что формула /8/ соответствует эксперименту, а функции W^α, W^β, W^γ являются универсальными и описывают изолированные кластеры. Необходима дальнейшая экспериментальная проверка этого утверждения. Как видно из формулы /8/, характерные особенности процесса определяются множителем $\dfrac{A}{(b_{\alpha\beta})^m} f\left(\dfrac{b_{\alpha\gamma}}{b_{\alpha\beta}}, \dfrac{b_{\beta\gamma}}{b_{\alpha\beta}}\right)$. Этот множитель должен описываться теорией возмущений КХД /см., например, обзор [7]/. Необходимо также отметить, что /8/ можно рассматривать как обобщение автомодельности и знаменитых формул кваркового счета Матвеева, Мурадяна, Тавхелидзе. Формула /8/, по сути дела, является параметризацией экспериментальных данных по множественным процессам. Гипотеза о существовании промежуточных асимптотик и принцип ослабления корреляций резко уменьшают число независимых конфигураций /полиэдров/ в пространстве скоростей, выделяя наиболее вероятные. Изучение свойств изолированных систем, т.е. систем, описываемых универсальными функциями W^{α}, W^{β}, W^{γ} и т.д., только началось. Пока изучались лишь одномерные характеристики, а они /в случае второй асимптотики $b_{\alpha\beta} \gg 1$/ содержат важную информацию об адронизации кварков и глюонов. В случае первой асимптотики ($b_{\alpha\beta} \gg 0{,}01$), имеющей большое значение для изучения релятивистских ядерных столкновений, функции W^{α}, W^{β}, W^{γ} и т.д. содержат информацию о состояниях предельно высоких возбуждений ядерной материи, о нуклонных кластерах.

Из формулы /8/ также следует важное различие свойств автомодельности и масштабной инвариантности. Нам представляется, что описание множественных процессов на основе триангуляции в пространстве скоростей имеет хорошую перспективу как для целенаправленных постановок эксперимента, так и для анализа огромных объемов информации, накопленных в банках данных по множественному рождению частиц.

Литература

1. Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Нгуен Ван Хьеу. Препринт ИФВЭ, 67-49-К, Серпухов, 1967; Phys.Lett., 1967, vol.25B, p.617.
2. Балдин А.М. ДАН СССР, 1975, т.222, № 5, с.1064; ЭЧАЯ, 1977, т.8, № 3, с.429; Nucl.Phys., 1985, A434, p.695 c.
3. Baldin A.M. Nucl.Phys., 1985, A447, p.203 c.
4. Балдин А.М., Диденко Л.А. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, №3-84, Дубна, 1984, с.5; №8-85, Дубна, 1985, с.5.
5. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, Р1-85-820, Дубна, 1985.
6. Бубелев Э.Г. Изв. АН СССР, сер.физ., 1967, 31, с.1487.
7. Ранфт Г., Ранфт Й. ЭЧАЯ, 1979, т.10, № 1, с.90.

Рукопись поступила 30 мая 1986 года.